

# **Einführung in die Astronomie & Astrophysik I**

## **Basics und stellare Astrophysik**

C.P. Dullemond & R. Klessen

Universität Heidelberg

## Chapter 7

# Röntgen Doppelsterne, Akkretionsscheiben, Schwarze Löcher, Neutronensterne und weiße Zwerge

### 7.1 Einleitung

Wir haben gesehen, dass massenreiche Sterne als schwarze Löcher oder Neutronensterne enden. Ein schwarzes Loch wird dann nahezu unsichtbar, weil es keine wohldefinierte Oberfläche hat die strahlen kann. Ein Neutronenstern hat jedoch eine Oberfläche, und kann noch etwas strahlen: es wird oft als “Pulsar” erkennbar. Niedrig-Masse Sterne enden als weiße Zwerge. Solche Sterne glühen noch eine Weile nach, aber nicht besonders stark.

Wenn aber ein solches “kompaktes Objekt” in der Nähe von einem anderen Stern ist (wenn zum Beispiel das kompakte Objekt ein Teil eines Doppelsternsystems ist), und sich dieser Stern zu einem roten Riesen entwickelt, kann es sein, dass Gas von dem Stern in den Potenzialtopf des kompakten Objekts fließt. Das Gas wird dann komprimiert, und dadurch aufgeheizt. Diese Aufheizung ist so effektiv, dass das Gas bis zu Millionen Kelvin erhitzt werden kann, und somit wird es im Röntgenbereich strahlen. Diese Strahlung ist beobachtbar, und wir nennen solche Systeme “Röntgen Doppelsterne” (Eng: X-ray binaries).

Das Gas strömt meistens nicht radial nach innen, sondern fängt an zu rotieren. Dadurch entsteht eine Scheibe aus Gas um das kompakte Objekt. Dies nennt sich eine “Akkretionsscheibe” (Eng: accretion disk).

In diesem Kapitel werden wir diese Akkretionsprozesse näher betrachten. Aber zuerst werden wir genauer betrachten wie Gas von einem Stern in einem Doppelsternsystem auf den anderen Stern übertragen werden kann.

### 7.2 Potenzial-Landschaft eines Doppelsterns

Um herauszufinden wie sich Gas verhält, dass von einem Stern zum anderen Stern in einem Doppelsternsystem fließt, müssen wir die Bewegungsgleichung aufstellen. Dies ist jedoch etwas kompliziert. Deshalb machen wir folgende Vereinfachungen:

1. Wir nehmen an, dass das Gaspaket eine verschwindend kleine Masse hat im Vergleich zu den zwei Sternen. Nennen wir die Masse des kompakten Objekts

(Stern 1)  $M_1$ , die Masse des Partnersterns (Stern 2)  $M_2$ , und die Masse des Gaspakets  $m$ , wobei gilt, dass  $m \ll M_1$  und  $m \ll M_2$ . Die Gesamtmasse des Systems ist also  $M = M_1 + M_2$ .

2. Wir nehmen an, dass das Doppelsternsystem keine Exzentrizität hat: die beide Sterne (oder: der normale Stern und das kompakte Objekt) drehen also in einem Kreis um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt. Diese Annahme ist meist sehr gut erfüllt. Wir nennen den Abstand zwischen den zwei Sternen  $r_{12}$ .
3. Wenn wir ein *mitrotierendes Koordinatensystem* nehmen, so stehen die Sterne in diesem Koordinatensystem still.

Wir nennen das "normale" Koordinatensystem  $x, y, z$ , und das mitrotierende Koordinatensystem  $x', y', z'$ . Wir wählen beide Koordinatensysteme so, dass sich der Massenmittelpunkt am  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  und  $(x', y', z') = (0, 0, 0)$  befindet. Da die Winkelfrequenz des Doppelsterns

$$\Omega = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{r_{12}^3}} \quad (7.1)$$

ist, gilt, dass die Koordinatentransformation zwischen  $(x, y, z)$  und  $(x', y', z')$  von folgender Formel gegeben wird:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) & 0 \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

In diesem mitdrehenden Koordinatensystem  $(x', y', z')$  bleiben die beiden Sternpositionen genau an der selben Stelle:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{\text{Stern 1}} = \begin{pmatrix} -r_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{\text{Stern 2}} = \begin{pmatrix} r_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.3)$$

wo

$$r_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} r_{12}, \quad r_2 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} r_{12} \quad (7.4)$$

Die Gravitationskräfte, die die beide Sterne auf einen dritten Körper mit Masse  $m = 1$  ausüben, kann man mit einem Potenzial  $\Phi_{\text{grav}}(x', y', z')$  ausdrücken:

$$\Phi_{\text{grav}}(x', y', z') = -\frac{GM_1}{\sqrt{(x' + r_1)^2 + (y')^2 + (z')^2}} - \frac{GM_2}{\sqrt{(x' - r_2)^2 + (y')^2 + (z')^2}} \quad (7.5)$$

Jetzt kommt allerdings noch eine Scheinkraft dazu: die Zentrifugalkraft die durch die Rotation des Koordinatensystems  $(x', y', z')$  produziert wird. Dies kann man auch als Gradient eines Potentials schreiben, wenn das Potenzial folgendermaßen aussieht:

$$\Phi_{\text{cent}}(x', y', z') = -\frac{1}{2} \left( (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 \right) \Omega^2 \quad (7.6)$$

Zusammen wird das Potenzial:

$$\begin{aligned} \Phi(x', y', z') = & -\frac{GM_1}{\sqrt{(x' + r_1)^2 + (y')^2 + (z')^2}} - \frac{GM_2}{\sqrt{(x' - r_2)^2 + (y')^2 + (z')^2}} \\ & - \frac{1}{2} \left( (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 \right) \Omega^2 \end{aligned} \quad (7.7)$$

Diese Potenziallandschaft ist in Figur 7.1 für zwei Beispiele dargestellt. Es gibt 5 Punkte wo der Gradient des Potentials Null ist. Diese Punkte heißen *Lagrangepunkte*. Die Positionen der Lagrangepunkte  $L_1, \dots, L_5$  sind in der Figur angegeben.

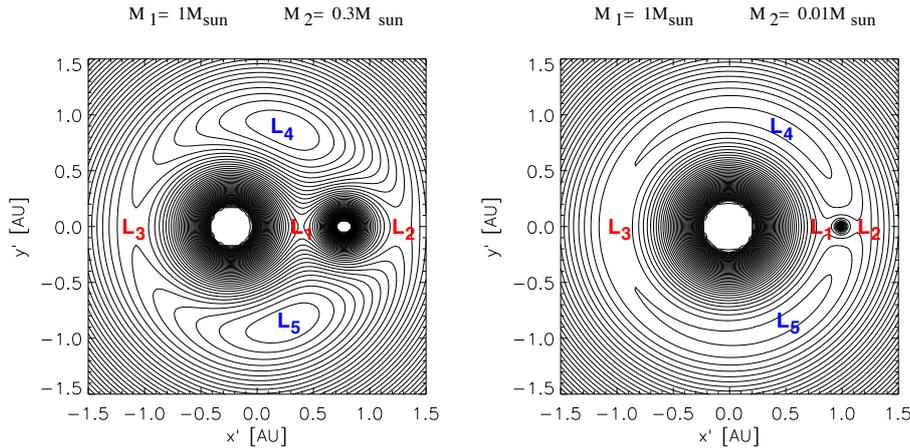


Figure 7.1: Die Potenziellandschaft für ein Doppelstern (links) und für ein Stern mit einem Planet (rechts).

### 7.3 Roche Lobe Overflow: X-ray Binary

Stellen Sie sich vor, dass einer der zwei Sterne in einem Doppelstern-System als Supernova explodiert, und ein schwarzes Loch oder Neutronenstern hinterlässt, *oder* einfach als AGB Stern seine Hülle verliert, und als weißer Zwerg endet. Meistens überlebt der Begleitstern, und es entsteht ein Doppelsternsystem wo einer der zwei Sterne ein schwarzes Loch, Neutronenstern oder weißer Zwerg (also ein “kompaktes Objekt”) ist. Wenn nun irgendwann auch der zweite Stern sich weiterentwickelt, und anfängt, ein roter Riese zu werden, kann es sein, dass dieser rote Riese zu groß wird, um innerhalb seines “Roche Lobe” zu bleiben. Der Roche Lobe ist die Potenziellinie die durch Lagrangepunkt  $L_1$  geht. Er beschreibt also die maximale Ausdehnung die der Stern haben kann. Wenn der Stern trotzdem weiter expandiert, so fließt Gas durch den Lagrangepunkt  $L_1$  hindurch in den Potenzialtopf des kompakten Objekts. Dieses Prozess heißt auf English “Roche Lobe overflow”.

Das Material das in den Potenzialtopf des kompakten Objekts fließt wird immer tiefer reinfallen und schließlich auf das kompakte Objekt drauf stürzen. Dieser Prozess nennt sich “Akkretion”. Während sich das Gas von dem äusseren Rand des Potenzialtopfs immer tiefer in den Potenzialtopf reinbewegt, wird es stark aufgeheizt (wir kommen noch auf Heizungsprozesse zurück) und strahlt diese Energie als Röntgen- oder UV-Strahlung wieder ab. Wenn das kompakte Objekt eine Oberfläche hat (also *kein* schwarzes Loch ist, sondern ein Neutronenstern oder weißer Zwerg), wird das Material schließlich auf diesen Oberfläche landen. Es wird dadurch noch einmal stark erhitzt, und wieder wird diese Hitze durch Abstrahlung von Röntgen- oder UV-Strahlung abgestrahlt. Wenn das Objekt jedoch ein schwarzes Loch ist, bleibt diese zweite Phase der Aufheizung aus, da das Gas einfach durch den Ereignishorizont verschwindet.

Die Röntgen- oder UV-Strahlung die auf diesen beiden Weisen abgestrahlt wird ist meistens so stark, dass wir es aus ganz großer Entfernung noch beobachten können: mehrere Kiloparsec.

Die Menge Material die pro Sekunde auf das kompakte Objekt fällt nennt sich die “Akkretionsrate”, und wird mit dem Symbol  $\dot{M}$  bezeichnet. Wenn man einen stetigen Akkretionsfluss hat, und wenn das kompakte Objekt eine feste Oberfläche hat, kann man ganz einfach berechnen, wie viel Energie insgesamt pro Sekunde als Strahlung

freigesetzt wird. Dies nennt sich die Akkretionsleuchtkraft:

$$L = \frac{GM\dot{M}}{R_{\text{surf}}} \quad (7.8)$$

wo  $R_{\text{surf}}$  der Radius des kompakten Objekts ist. In dieser Formel wurde angenommen, dass der äußere Radius des Potenzialtopfs  $R_{\text{out}}$  viel größer ist als  $R_{\text{surf}}$ , so dass man die Anfangspotenzial des hereinfallenden Gases vernachlässigen kann.

## 7.4 Akkretionsscheiben

Weil das ganze System rotiert, kann das Gas, das durch  $L_1$  fließt, nicht direkt auf das kompakte Objekt fallen. Das Gas hat, im Bezug auf das kompakte Objekt, Drehimpuls. Es entsteht eine "Akkretionsscheibe". Anstatt dass sich das Material radial nach innen bewegt, dreht es in kreisförmige Umlaufbahnen um das kompakte Objekt. Der Erhaltungssatz für Drehimpuls sorgt nun für ein Problem: Das Gas kann sich nicht weiter nach Innen bewegen, solange es nicht seinen Drehimpuls loswerden kann.

Wenn wir die Scheibe mit zylindrischen Koordinaten  $R, \phi, z$  beschreiben, wo den Mittelpunkt des Koordinatensystems auf das kompakte Objekt zentriert ist, so kann man den Drehimpuls-pro- Gramm von irgendeinem Gaspaket folgendermaßen schreiben:

$$l(R) = v_\phi(R)R = v_K(R)R = \sqrt{GM R} \quad (7.9)$$

wo  $v_K(R) = \sqrt{GM/R}$  die Keplersche Rotationsgeschwindigkeit um das kompakte Objekt ist, und das Gas in guter Annäherung kreisförmig keplersch um das Objekt rotiert. Wenn wir also wollen, dass sich ein Paket Gas in der Scheibe langsam aber stetig nach innen bewegt (mit radialer Geschwindigkeit  $v_R \ll v_K$ ), dann muss sich der Drehimpuls pro Gramm dieses Pakets folgendermaßen mit der Zeit verringern:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{dl}{dR} \frac{dR(t)}{dt} = \frac{dl}{dR} v_R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{R}} v_R < 0 \quad (7.10)$$

weil  $v_R < 0$  für ein Gaspaket, das sich nach innen bewegt. Die Frage ist also: Wie kann ein Gaspaket seinen Drehimpuls loswerden? Es muss offensichtlich irgendwie ein Drehmoment darauf wirken. Die Lösung für dieses Problem ist *Reibung*, oder genauer gesagt: *Viskosität*. Aber um dies zu verstehen, müssen wir das Konzept "Akkretionsscheibe" zunächst genauer betrachten.

### 7.4.1 Beschreibung einer Gasscheibe

Um ein 3-D Objekt wie eine Gasscheibe beschreiben zu können müssen wir die Dichte, die Temperatur und die Geschwindigkeit des Gases an jeder Stelle beschreiben, also:  $\rho(R, \phi, z)$ ,  $T(R, \phi, z)$ ,  $v_R(R, \phi, z)$ ,  $v_\phi(R, \phi, z)$  und  $v_z(R, \phi, z)$ . Dies ist allerdings sehr kompliziert. Die Frage lautet also: Wie können wir die Gasverteilung in einer Scheibe um ein Stern oder kompaktes Objekt beschreiben, ohne gleich extrem komplizierte 3-D Hydrodynamikgleichungen (Navier-Stokes-Gleichungen) lösen zu müssen? Der Trick ist: Wir machen viele Vereinfachungen, die jedoch alle ziemlich gut funktionieren. Hier sind die Vereinfachungen:

1. Wir gehen von *axialer Symmetrie* aus, d.h. alle Variablen hängen nur von  $R$  und  $z$  ab, und nicht von  $\phi$ . Die Geschwindigkeit in  $\phi$ -Richtung kann allerdings ungleich Null sein.
2. Das Gas bewegt sich nahezu kreisförmig keplersch:  $v_\phi(R, z) = v_K(R)$ .
3. Die Scheibe ist geometrisch dünn.
4. Die Temperatur ist viel geringer als die lokale Virialtemperatur:  $T(R) \ll T_{\text{vir}}(R)$ .

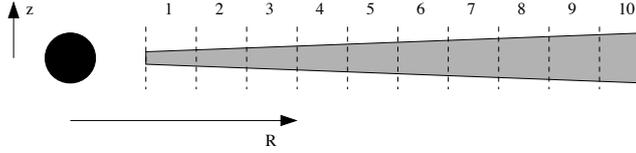


Figure 7.2: Eine dünne Scheibe kann man in konzentrische Annuli aufteilen.

5. Es gilt, dass  $|v_R| \ll v_K$  und  $|v_z| \ll v_K$ .
6. Wir betrachten nur den Teil der Scheibe für den  $R \gg 2GM/c^2$ , und dürfen damit allgemein relativistische Effekte vernachlässigen. Wir betrachten also alles mit den Gleichungen der newtonschen Mechanik.
7. Wir interessieren uns erst mal nicht für die genaue vertikale Struktur der Scheibe, sondern eher für die radielle Struktur. Mit anderen Worten: wie sich die Dichte, Temperatur und Geschwindigkeit als Funktion von  $R$  verhalten.

Um uns auf die radielle Struktur konzentrieren zu können, ohne uns mit der vertikalen Struktur befassen zu müssen, definieren wir die ‘‘Oberflächendichte’’  $\Sigma(R)$ :

$$\Sigma(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(R, z) dz \quad (7.11)$$

und die vertikal-gemittelte radielle und azimuthale Geschwindigkeiten:

$$v_R(R) = \frac{1}{\Sigma(R)} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(R, z) v_R(R, z) dz \quad (7.12)$$

$$v_\phi(R) = \frac{1}{\Sigma(R)} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(R, z) v_\phi(R, z) dz = v_K(R) \quad (7.13)$$

Die Masse der Scheibe kann man folgendermaßen berechnen:

$$M_{\text{disk}} = 2\pi \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}} \Sigma(R) R dR \quad (7.14)$$

Wie oben gesagt: aus Drehimpulserhaltung folgt eigentlich, dass  $v_R = 0$  sein muss. Aber, wie wir später genauer besprechen werden: Reibung/Viskosität bietet eine Lösung. Nehmen wir also an, dass  $v_R < 0$  ist (jedoch  $|v_R| \ll v_K$ ), so dass sich das Material langsam nach innen bewegt. Wenn wir annehmen, dass die Scheibe stationär ist, also  $\partial\Sigma(R, t)/\partial t = 0$ , ergibt der Massenerhaltungssatz in zylindrischen Koordinaten:

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial[R\Sigma(R)v_R(R)]}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial[R\Sigma(R)v_R(R)]}{\partial R} = 0 \quad (7.15)$$

Damit wird

$$R\Sigma(R)v_R(R) = \text{konstant} \quad (7.16)$$

Der totale Massenfluss nach innen ist also:

$$\dot{M} = -2\pi R\Sigma(R)v_R(R) \quad (7.17)$$

Mit  $v_R(R) < 0$  wird also  $\dot{M} > 0$ . Das Symbol  $\dot{M}$  ist die Akkretionsrate in der Scheibe. Die Frage ist allerdings, was ist  $v_R(R)$ ? Um dies zu beantworten, müssen wir uns nun der Reibung bzw. Viskosität widmen.

#### 7.4.2 Radielle Gasbewegung durch Reibung zwischen Annuli

Lassen Sie uns die Scheibe in Annuli (Ringe) aufteilen (Fig. 7.2). Die innere Annuli rotieren schneller als die äussere, nicht nur in Geschwindigkeit  $v_K(R)$  sondern auch

in Winkelfrequenz  $\Omega_K(R)$ . Wenn zwei benachbarte Annuli (z.B. Annulus 4 und 5 in der Figur) durch Reibung mit einander wechselwirken, wird der Innere eine beschleunigende Kraft in  $\phi$ -Richtung auf den Äusseren ausüben, und umgekehrt wird der Äussere eine bremsende Kraft in  $\phi$ -Richtung auf den Inneren ausüben. Dies bedeutet, dass der Innere Drehimpuls an den Äusseren übergibt. Infolge dessen wird der Innere (in diesem Fall Annulus 4), laut Gleichung 7.10, nach innen migrieren, und der Äußere (in diesen Fall Annulus 5) nach außen. Allerdings wird Annulus 5 auch mit Annulus 6 wechselwirken, und Drehimpuls auf Annulus 6 übertragen. Nahezu überall in der Scheibe haben die Annuli sowohl Reibung mit dem benachbarten Annulus innen und mit dem benachbarten Annulus außen. Meistens ist der netto Effekt, dass jeder Annulus mehr Drehimpuls an den Äußeren weitergibt als er von dem Inneren empfängt. Das bedeutet, dass die meisten Annuli sich nach innen bewegen, also  $v_R < 0$  haben. Nur die ganz äußeren Annuli (in der Figur z.B. Annulus 10) werden  $v_R > 0$  haben, und dieses Gas wird den Potenzialtopf via Lagrangepunkt  $L_2$  (oder  $L_3$ , je nachdem wie man es definiert) verlassen. Dieses Gas wird also alle Drehimpuls mitnehmen den das akkretierende Gas abgestoßen hat.

Die Reibung entsteht durch Viskosität des Gases. Jedoch ist die atomare oder molekulare Viskosität viel zu gering, um nennenswerte Akkretion anzutreiben. Stattdessen wird allgemein geglaubt, dass magnetische Turbulenz eine Art "effektive Viskosität" produziert.

Eine genaue Beschreibung von solchen viskosen Akkretionsscheiben ist ziemlich knifflig, und wir werden dies hier nicht machen.

### 7.4.3 Umwandlung von gravitationelle Energie in thermische Energie

Dieselbe Reibung die die Akkretion in einer Akkretionsscheibe angetrieben ist auch für etwas anderes verantwortlich: sie produziert Hitze. Diese "viskose Heizung" ist keine Nebensache, sondern fundamental mit dem Prozess der Akkretion verbunden. Die Reibung ist nämlich das, was die gravitationelle Energie, die durch das nachinnenbewegen freigesetzt wird, in Hitze umsetzt. Ohne dies würde der Energieerhaltungssatz verletzt werden. Es ist etwas knifflig um die genaue Formel ab-initio herzuleiten, deshalb gebe ich sie einfach so:

$$Q_+(R) = \frac{3}{4\pi} \frac{GM\dot{M}}{R^3} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_{\text{in}}}{R}} \right] \quad (7.18)$$

wo  $Q_+(R)$  die Heizung in  $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  ist, also die Heizung pro Quadratcentimeter der Scheibe.

Die meisten Akkretionsscheiben kühlen so stark durch Abstrahlung, dass man annehmen kann, dass alle thermische Energie die produziert wird, auch wieder durch thermische Strahlung weggestrahlt wird. Der Strahlungsfluss eines Schwarzkörpers ist  $F = \sigma T^4$ . Die Scheibe hat zwei Seiten (oben und unten). Also ist die Kühlungsrate:

$$Q_-(R) = 2\sigma T(R)^4 \quad (7.19)$$

Indem wir nun  $Q_+(R) = Q_-(R)$  fordern, können wir die Temperatur an der Scheibenoberfläche berechnen:

$$T(R) = \left\{ \frac{3}{8\pi\sigma} \frac{GM\dot{M}}{R^3} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_{\text{in}}}{R}} \right] \right\}^{1/4} \quad (7.20)$$

Die höchste Temperatur wird nicht genau am  $R = R_{\text{in}}$  erreicht, sondern bei  $R = (7/6)^2 R_{\text{in}} \approx 1.36 R_{\text{in}}$ . Dies liegt daran, dass der innere Annulus keinen noch-weiterinneren Annulus hat um mit wechselzuwirken. Dadurch ist die freigesetzte Reibungsenergie ganz am Innenrand wieder null. Aber ganz nah am Innenrand, bei

$R = (7/6)^2 R_{\text{in}} = 1.36 R_{\text{in}}$  ist die Temperatur am höchsten. Wir können für realistische Akkretionsraten auf stellaren kompakten Objekten feststellen, dass diese Temperatur im Bereich  $\sim 10^7$  K liegt.

Das Spektrum der Scheibe wird nun ein “multicolor blackbody” sein: Jeder Annulus wird eine Schwarzkörperstrahlung abgeben, jedoch mit seiner eigenen Temperatur:

$$F_{\nu} = \frac{\cos i}{d^2} 2\pi \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}} B_{\nu}(T(R)) R dR \quad (7.21)$$

#### 7.4.4 Paczynski-Wiita Potenzial für schwarze Löcher

Ganz nah an einem schwarzen Loch kann man die Dynamik nicht mehr mit klassischer Mechanik beschreiben. Allgemeine Relativitätstheorie wird dann wichtig. Das Problem ist aber, dass alle Berechnungen damit extrem viel schwieriger werden. In 1980 schlugen Paczynski und Wiita ein verändertes klassisches Gravitationspotenzial vor, das es ermöglicht, mit der klassischen Mechanik Resultate zu erhalten, die den allgemein-relativistischen Versionen ziemlich ähnlich sind. Das veränderte Potenzial ist sehr einfach:

$$\Phi(R) = -\frac{GM}{R - R_s} \quad (7.22)$$

wo  $R_s = 2GM/c^2$  der Schwarzschildradius ist (also der Radius des Ereignishorizonts). Dies heißt das *Paczynski-Wiita Potenzial*.

Wenn man dieses Potenzial benutzt, und die klassischen Bewegungsgleichungen für Gasströmungen löst, findet man, dass es innerhalb von

$$R_{\text{iso}} = 3R_s = \frac{6GM}{c^2} \quad (7.23)$$

zwar noch kreisförmige Umlaufbahnen gibt, diese jedoch nicht stabil sind (“iso” steht für “innermost stable orbit”). Ein Körper der sich auf so einer Umlaufbahn befindet, wird schnell im wahrsten Sinne aus der Bahn geworfen und wird in das schwarze Loch hinein fallen. Das heißt, dass eine viskose Akkretionsscheibe nur für  $R > R_{\text{iso}}$  existieren kann. Dies ist genau das, was auch aus der allgemeinen Relativitätstheorie folgt.

Das Paczynski-Wiita Potenzial funktioniert allerdings nur für nicht-rotierende schwarze Löcher. Für rotierende schwarze Löcher (“Kerr black holes”) gibt es keine semi-klassische Beschreibung und man ist gezwungen, die ganze allgemein-relativistische Beschreibung zu benutzen.