Übungen zur Vorlesung
Einführung in die Astronomie (WS2012/13)

Cornelis Dullemond, Ralf Klessen

Kapitel 3

1. **Von der Intensität I_ν eines Sterns bis zum Fluss F_ν**
   Wir haben in der Vorlesung gesehen, wie wir mit der Eddington-Barbier Regel die Intensität I_ν bestimmen können, die aus der Atmosphäre eines Sterns herauskommt. Die Intensität ist das, was wir beobachten würden wenn wir einen Stern räumlich auflösen könnten, so wie wir das bei der Sonne machen können. Leider sind die meisten Sterne so weit weg, dass sie als Punktquellen wahrgenommen werden (also unaufgelöst auf Bilder). Damit können wir nur den Fluss des Sterns messen, nicht die Intensität.

   (a) [3pt] Wenn wir als Vereinfachung annehmen, dass die Intensität I_ν *nicht* von dem Winkel θ zwischen der Sichtlinie und der Atmosphäre abhängt (also, dass "limb darkening" vernachlässigt werden kann), und wir annehmen, dass wir uns im Abstand $d \gg R_*$ von dem Stern befinden, zeigen Sie, dass

   $$F_\nu^{\mathrm{obs}} = \pi \frac{R_*^2}{d^2} I_\nu \tag{7}$$

   Hinweis: Benutzen Sie die Beziehung zwischen Fluss und Intensität aus der Vorlesung.

2. **M-Sterne, rote Riesen und die Druckverbreitung der Spektrallinien**
   Es gibt Sterne, die den gleichen spektralen Typ (und die gleiche Temperatur), jedoch sehr unterschiedliche absolute Helligkeiten L_ν haben. Zum Beispiel: ein M-Zwerg und ein roter Riese. Wenn wir einen Stern mit Spektraltyp M beobachten, wissen wir also nicht, ob es ein naher M-Zwerg oder ein weit entfernter roter Riese ist.

   Nehmen wir als M-Zwerg ein Stern mit $T_{\mathrm{eff},*} = 3000\mathrm{K}$, $R_* = 0.1\,R_\odot$, und $M_* = 0.1\,M_\odot$. Als roter Riese nehmen wir ein Stern mit $T_{\mathrm{eff},*} = 3000\mathrm{K}$, $R_* = 30\,R_\odot$, und $M_* = 1\,M_\odot$.

   (a) [2pt] Wie viel weiter als der M-Zwerg muss der rote Riese von uns entfernt sein, damit er den gleichen Fluss hat?

   Leider ist es für die meisten Sterne schwierig, mit Parallaxen ihren Abstand zu messen, und damit wird es schwierig, zwischen M-Zwerg und rotem Riese zu unterscheiden.

   Zum Glück kann man die Stärke der Gravitationskonstante g an der stellaren Oberfläche aus dem Spektrum erschließen, und somit den Unterschied zwischen den zwei Sternarten bestimmen.

   (b) [2pt] Bestimmen Sie g in $\mathrm{cm/s}^2$ für die beiden o.g. Sternen.

Wie bestimmen wir g aus dem Spektrum? Zuerst machen wir plausibel, dass der Gasdruck in der Photosphäre P_ν höher ist in Photosphären mit hoherem g. Dazu definieren wir P_ν als der Druck dort, wo die optische Tiefe τ_ν (wo ν irgend eine Frequenz ist, wo wir unser Spektrum analysieren) gleich 2/3 ist, weil die Eddington-Barbier-Regel besagt, dass wir *das* sehen, was in Optischer Tiefe $\tau_\nu = 2/3$ liegt:

$$I_\nu^{\text{obs}} \simeq B_\nu(T(z(\tau_\nu = 2/3))) \tag{8}$$

wo $z(\tau_\nu = 2/3)$ der Wert von z ist, wo $\tau_\nu(z) = 2/3$. Wenn wir eine Opazität κ_ν haben von der wir *zunächst* annehmen (um es einfacher zu machen) dass sie *nicht* von ρ und T abhängt, so können wir die Kontinuums-optische Tiefe von einer Höhe z in der Atmosphäre bis zum Beobachter folgendermaßen schreiben:

$$\tau_\nu(z) = \kappa_\nu \int_z^\infty \rho(z')dz' \tag{9}$$

wo wir annehmen, dass die Sichtlinie senkrecht zur Atmosphäre steht. Wenn wir *zunächst auch* annehmen, dass die Temperatur der Atmosphäre konstant mit z ist, hat die Atmosphäre eine einfache exponentielle Struktur, wie wir in der Vorlesung gesehen haben.

(c) [6pt] Mit diesen Annahmen, beweisen Sie, dass

$$P_\nu = \frac{2}{3}\frac{g}{\kappa_\nu} \tag{10}$$

Nun weichen wir die Annahme, dass T =konst auf, weil eine Atmosphäre ohne Temperaturgradient keine spektralen Linien zeigen wird. Auch benutzen wir nun, dass die Linienbreite $\Delta\nu/\nu$ proportional zum Gasdruck ist:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \propto \frac{P}{\sqrt{T}} \tag{11}$$

(d) [2pt] Zeigen Sie damit, dass die Linien im Spektrum unseres M-Sterns breiter sind als die in dem Spektrum des roten Riesen.

3. **Eine adiabatische Atmosphäre**

Eine Atmosphäre wo Konvektion eine große Rolle spielt neigt dazu annäherungsweise adiabatisch zu sein. Man sieht dies zum Beispiel in der Erdatmosphäre: die Troposphäre (die untere Schicht der Atmosphäre von der Erdoberfläche bis in etwa 12 km Höhe) ist nahezu adiabatisch.

(a) [5pt] Zeigen Sie, dass eine perfekt adiabatische Atmosphäre (mit adiabatischen Index $\gamma > 1$) einen wohldefinierten oberen Rand hat, d.h. dass es eine Höhe z_{top} gibt, wo die Dichte $\rho(z_{\text{top}}) \to 0$.

Zur Info: In der Praxis hört die Konvektion knapp unterhalb diesem z_{top} auf, und die Atmosphäre ist ab dem Punkt nicht mehr adiabatisch, so dass $\rho(z_{\text{top}})$ nicht exact 0 wird. Bei der Erdatmosphäre ist dies wo die Stratosphäre anfängt. Bei der Sonne die Chromosphäre.