Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden in der Physik (WS2012/13)

Cornelis Dullemond

Kapitel 2: Integration

1. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale, indem Sie die verschiedenen Tricks der Vorlesung anwenden (*keine* Integral-Tabellen sind notwendig):

$$(a) \qquad \int (\sin x + \cos x) dx \tag{1}$$

$$(b) \qquad \int \sin(3x) dx \tag{2}$$

$$(c) \qquad \int x e^{x^2} dx \tag{3}$$

$$(d) \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x+a}} \tag{4}$$

$$(e) \qquad \int \frac{x}{\sqrt{x+a}} dx \tag{5}$$

$$(f) \qquad \int \frac{x}{\sqrt{x^2+a}} dx \tag{6}$$

$$(g) \qquad \int \sin^2 x dx \tag{7}$$

$$(h) \qquad \int x \sin x dx \tag{8}$$

2. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale, indem Sie sie in eine Form bringen, die man in der Integraltabelle finden kann:

$$(a) \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2/a^2}} dx \tag{9}$$

$$(b) \qquad \int 10^x \sin x dx \tag{10}$$

$$(c) \qquad \int \sqrt{\frac{x-a}{x}} dx \tag{11}$$

3. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$(a) \qquad \int_2^4 (x-1)^2 dx \tag{12}$$

$$(b) \qquad \int_2^4 \frac{1}{x-1} dx \tag{13}$$

4. Leiten Sie mit Hilfe der Formel eines Kreises $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ her, dass die Oberfläche πr^2 ist.

5. Benutzen Sie ein ähnliches Verfahren um herzuleiten, dass das Volumen einer Kugel gleich $\frac{4\pi}{3}r^3$ ist.