Übungen zur Vorlesung
Mathematische Methoden in der Physik (WS2012/13)

Cornelis Dullemond

Kapitel 4: Differenzialgleichungen (Teil 1)

1. Finden Sie die allgemeine Lösung zu den folgenden linearen Differenzialgleichungen erster Ordnung:

   (a)
   $$\frac{df(x)}{dx} + 1 = 0 \tag{1}$$

   (b)
   $$\frac{df(x)}{dx} + f(x) + 3 = 0 \tag{2}$$

   (c)
   $$\frac{df(x)}{dx} + 2xf(x) = 0 \tag{3}$$

   (d)
   $$\frac{df(x)}{dx} + x^2 f(x) = 0 \tag{4}$$

   (e)
   $$\frac{df(x)}{dx} = f(x) + x^2 \tag{5}$$

2. Geben Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differenzialgleichung zweiter Ordnung
   $$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + f(x) = 1 \tag{6}$$

3. Betrachten Sie die folgende DG:
   $$\frac{df(x)}{dx} + f(x) = 0 \tag{7}$$
   Geben Sie die Lösung die die Randbedingung
   $$f(0) = 4 \tag{8}$$
   erfüllt.

4. Betrachten Sie die folgende DG:
   $$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + f(x) = 0 \tag{9}$$
   Geben Sie die Lösung die die Randbedingungen
   $$f(0) = 0 \qquad \text{und} \qquad \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=2\pi} = 2 \tag{10}$$
   erfüllt.

5. Betrachten wir dieselbe Gleichung (Gl. 9). Jetzt geben Sie die Lösungen die die folgende Randbedingungen erfüllen:

   (a)
   $$f(0) = 0 \qquad \text{und} \qquad f(\pi/2) = 2 \tag{11}$$

   (b)
   $$f(0) = 0 \qquad \text{und} \qquad f(2\pi) = 2 \tag{12}$$

   (Achtung: Nachdenken gefragt!)