

# Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden in der Physik II (SS 2012)

Cornelis Dullemond  
Kapitel 6: Fourier-Reihen

## 1. Allgemein zu einfachen Wellen

In der Zusammenfassung wurde eine einfache Welle als Cosinus und/oder Sinus betrachtet. Mit komplexen Zahlen wird alles einfacher: da gibt es für eine Welle nur  $A_m e^{2\pi i m x / L}$  (also keine Spaltung zwischen Cosinus und Sinus).

- Wenn wir diese Welle nun um einen beliebigen Abstand  $\Delta x$  nach rechts verschieben möchten, wie müssen wir den Koeffizient  $A_m$  ändern, damit dies geschieht?
- Wenn wir eine *komplexe* Fourierreihe machen von einer *reellen* Funktion  $y(x)$  (also  $y(x)$  ist reell, aber  $A_m$  darf komplex sein), wie müssen sich  $A_m$  und  $A_{-m}$  jeweils zu einander verhalten damit  $y(x)$  tatsächlich reell ist?

## 2. Allgemein zu Fourier-Reihen

- Gleichung 16 der Zusammenfassung ist:

$$\int_0^L y(x) \cos\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) dx = \frac{L}{2\pi} \int_0^{2\pi} y(Lt/2\pi) \cos(nt) dt \quad (1)$$

Diese Ausnahme wurde in der Zusammenfassung allerdings nicht hergeleitet. Leiten Sie diese Gleichung her.

- In Gleichung 20 der Zusammenfassung wird Gebrauch gemacht von folgender Identität:

$$\int_0^{2\pi} e^{i(m-n)t} dt = 2\pi \delta_{mn} \quad (2)$$

Argumentieren Sie, warum dies stimmt, indem Sie z.B. das Integral aufspalten in einen von 0 bis  $\pi$  und einen zweiten von  $\pi$  bis  $2\pi$ .

- Das Integral wurde immer von 0 bis  $2\pi$  genommen. Könnte es auch z.B. von  $-\pi$  bis  $\pi$  genommen werden, und warum?

## 3. Block-Funktion

Betrachten wir folgende periodische Funktion:

$$y(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } \sin(x) \geq 0 \\ -1 & \text{für } \sin(x) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

- Machen Sie eine Grafik von dieser Funktion.
- Berechnen Sie, für die *reelle* Fourierreihe, die Koeffizienten  $A_0$ ,  $A_n$  und  $B_n$ .
- Berechnen Sie, für die *komplexe* Fourierreihe, die Koeffizienten  $A_n$ .